Дата публикации: 01.06.2023
DOI: 10.24412/2588-0500-2023_07_02_38
УДК 611.6

Publication date: 01.06.2023
DOI: 10.24412/2588-0500-2023_07_02_38
UDC 611.6

ПАРАМЕТРЫ ГИПЕРУПРУГИХ МОДЕЛЕЙ БИОЛОГИЧЕСКИХ ТКАНЕЙ УРОГЕНИТАЛЬНЫХ ОРГАНОВ ЧЕЛОВЕКА И ЖИВОТНЫХ

С.А. Муслов[1], А.А. Солодов[1], К.Г. Караков[2], И.А. Рева[3], С.Д. Арутюнов[1]
[1]Московский государственный медико-стоматологический университет имени А.И. Евдокимова, г. Москва, Россия
[2]Ставропольский государственный медицинский университет, г. Ставрополь, Россия
[3]Клинический медицинский центр «Кусково» МГМСУ им. А.И. Евдокимова, г. Москва, Россия

Аннотация. Исследованы гиперупругие модели биологических тканей урогенитальных органов человека и животных: неогуковская (англ. Neo-Hookean), 2-параметрическая Муни-Ривлина, Огдена 1-го порядка, 5-параметрические полиномиальные гиперупругие модели и модель Веронда-Вестманн (англ. V-W). Параметры гиперупругих моделей вычислялись с помощью 2-х альтернативных методов: в системе компьютерной алгебры Mathcad 13.0 (функции linfit и genfit) и в многоцелевом пакете программ ANSYS 2022 R2. Рассчитывали материальные константы моделей тканей. Значения коэффициентов μ, C_{10}, C_{01}, C_{20}, C_{02} и C_{11} моделей в результате представлены в МПа, постоянная α в модели Огдена – безразмерным параметром. Для гиперупругой неогуковской модели в файлах Mathcad вычислялся параметр μ, ANSYS – 2μ. Исследованы деформационные свойства тканей: кривые σ-ε и дифференциальные упругие модули.
Ключевые слова: биомеханика, гиперупругие модели, ткани органов мочевыделительной и репродуктивной системы.

PARAMETERS OF HYPERELASTIC MODELS OF UROGENITAL ORGANS' BIOLOGICAL TISSUES OF HUMAN AND ANIMALS

S.A. Muslov[1], A.A. Solodov[1], K.G. Karakov[2], I.A. Reva[3], S.D. Arutyunov[1]
[1]Moscow State University of Medicine and Dentistry, Moscow, Russia
[2]Stavropol State Medical University, Stavropol, Russia
[3]Clinical Medical Center "Kuskovo", Moscow, Russia

Annotation. We have studied hyperelastic models of biological tissues in urogenital organs of human and animals: the Neo-Hookean model, the 2 parameter Mooney-Rivlin model, the Ogden model, 5 parameter polynomial hyperelastic models and the Veronda-Westmann model. The hyperelastic model parameters were calculated with 2 alternative methods: in the Mathcad 13.0 system (using linfit and genfit functions) and in the ANSYS 2022 R2 software package. The matter constants of the tissue models were identified. Values of μ, C_{10}, C_{01}, C_{20}, C_{02} and C_{11} were presented in MPa, the α constant in the Ogden model – as a nondimensional parameter. For the Neo-Hookean model, the μ parameter was identified, for ANSYS – 2μ. The authors have studied deforming properties of the tissues: the σ-ε curves and the differential elastic modules.
Keywords: biomechanics, hyperelastic models, tissues of organs of the urinary and reproductive systems.

Введение. Решение урологических и гинекологических проблем мужчин и женщин [1-2] требует знаний, касающихся механических свойств урогенитальных тканей. Урогенитальные ткани, как почти все мягкие биологические ткани, характеризуются большими упругими деформациями и незначительным изменением объема при деформации и являются гиперупругими. Для гиперупругих материалов закон Гука не выполняется, а для описания деформационных свойств гиперупругих материалов необходимо применение различных реологических моделей, при этом выбор и

установление параметров моделей для гиперупругих материалов представляют актуальную задачу биомеханики [3]. С точки зрения медицины оценка этих параметров может служить диагностическим показателем состояния урогенитальных тканей, а знание характеристик их деформационных свойств может быть применено при реконструктивных вмешательствах и разработке эндопротезов.

Методы и организация исследования. Выбор гиперупругих моделей для биологических материалов является нерешенной задачей биомеханики.

В 2-х параметрической модели Муни-Ривлина 2-го порядка при одноосном растяжении зависимость напряжения от деформации гиперупругих тел описывается функцией [4]:

$$\sigma = 2(C_{10} - \frac{C_{01}}{\lambda})(\lambda - \frac{1}{\lambda^2}) = 2C_{10}(\lambda - \frac{1}{\lambda^2}) + 2C_{01}(1 - \frac{1}{\lambda^3}), \quad (1)$$

где σ – инженерное (условное) напряжение, а две материальные константы C_{10} и C_{01} имеют размерность напряжений и определяют функцию плотности энергии деформированного материала как линейную комбинацию двух инвариантов тензора деформации Коши-Грина:

$$W = C_{10}(I_1 - 3) + C_{01}(I_2 - 3), \quad (2)$$

I_1 и I_2 – первый и второй инварианты тензора, равные $I_1 = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2$ и $I_2 = \frac{1}{\lambda_1^2} + \frac{1}{\lambda_2^2} + \frac{1}{\lambda_3^2}$, а значения $\lambda_i = \varepsilon_i + 1$ (i=1, 2, 3) – главные компоненты, ε_i – главные относительные деформации. Если $C_{01}=0$, модель эквивалентна неогуковской модели. При малых деформациях вклад C_{10} практически отсутствует и можно показать, что $E=6C_{10}$. Модель Муни-Ривлина является дальнейшим развитием неогуковской модели.

В рамках гиперупругой модели Огдена формула для упругого потенциала при одноосной деформации имеет вид:

$$W = \sum_{p=1}^{n} \frac{\mu_p}{\alpha_p}(\lambda^{\alpha_p} - 3), \quad (3)$$

что дает

$$\sigma = \sum_{p=1}^{n} \mu_p(\lambda^{\alpha_p} - \lambda^{-\frac{1}{2}\alpha_p}), \quad (4)$$

где μ_p и α_p – материальные константы, n – порядок модели [5].

В полиномиальной 5-параметрической модели 2-го порядка соответствующие выражения имеют вид [6-7]:

$$W = \sum_{i=0,j=0}^{n} C_{ij}(I_1 - 3)^i \cdot (I_2 - 3)^j, \quad (5)$$

где i = 0, 1, 2, а

$$\sigma = 2(\lambda - \lambda^{-2})[C_{10} + C_{01}\lambda^{-1} + 2C_{20}(\lambda^2 + 2\lambda^{-1} - 3) + 2\lambda^{-1}C_{02}(2\lambda + \lambda^{-2} - 3) + 3C_{11}(\lambda - 1 - \lambda^{-1} + \\ + \lambda^{-2})] = 2C_{10}(\lambda - \frac{1}{\lambda^2}) + 2C_{01}(1 - \frac{1}{\lambda^3}) + 4C_{20}(\lambda^3 - 3\lambda + 1 + \frac{3}{\lambda^2} - \frac{2}{\lambda^3}) + 4C_{02}(2\lambda - 3 - \frac{1}{\lambda^2} + \frac{3}{\lambda^3} - \\ - \frac{1}{\lambda^5}) + 6C_{11}(\lambda^2 - \lambda - 1 + \frac{1}{\lambda^2} + \frac{1}{\lambda^3} - \frac{1}{\lambda^4}). \quad (6)$$

Полиномиальная модель – это наиболее общий вариант записи потенциала энергии деформации. Она лежит в основе других известных моделей [3].

Неогуковскую модель можно получить из полиномиальной модели 1-го порядка при $C_{01}=0$ и $C_{10}=\mu/2$, где μ – начальный модуль сдвига. Она представляет собой модель, аналогичную закону Гука, которая может быть использована для прогнозирования нелинейного поведения напряжений и деформаций материалов, испытывающих большие деформации. Модель была представлена Рональдом Ривлиным в 1948 году. В отличие от линейно-упругих материалов, кривая «напряжение-деформация» неогуковского материала не является линейной. На начальном этапе соотношение линейно, но в какой-то момент кривая выходит на плато. Это самая простая гиперэластичная модель, в которой используется постоянный модуль сдвига. Ее удобно использовать на начальном этапе, поскольку она требует минимального количества констант. Устанавливающие уравнения для этой модели:

$$W = \frac{\mu}{2}(I_1 - 3), \\ \sigma = 2\mu(\lambda^2 - \frac{1}{\lambda}) \quad (7)$$

Модель Веронда-Вестманн (англ. Veronda-Westmann, V-W) задается соотношениями, указанными ниже, и весьма часто применяется при анализе материалов с механическими нелинейными свойствами, поскольку хорошо коррелирует с опытными данными [8].

$$W = C_1[e^{C_2(I_1-3)} - 1] - \frac{C_1C_2}{2}(I_2 - 3), \\ \sigma = 2C_1C_2e^{C_2(\lambda^2+2\lambda^{-1}-3)}(\lambda - \lambda^{-2}) + 2C_3(1 - \lambda^{-3}) \quad (8)$$

Результаты исследования и их обсуждение. Численные значения параметров моделей представлены в таблицах 1-5, а графические результаты моделирования в Mathcad – на рисунках 1-10.

Паренхима почки. Почка состоит из паренхимы, а также системы накопления и выведения мочи. В паренхиме расположены структурно-функциональные единицы – нефроны.

Известные экспериментальные кривые «напряжение-деформация» [9] были оцифрованы с помощью приложения GetData Graph Digitizer. Далее данные экспортировались в пакет программ для алгебраических вычислений Mathcad 13.0. Численные массивы описывались соотношениями $\sigma = \alpha(e^{\beta\varepsilon} - 1)$, где коэффициенты α и β определялись с помощью функции genfit,

приближающей набор данных к экспонентам наилучшим образом. Значения модулей упругости почечной паренхимы оказались равными: E_{min}=0,5 кПа, $E_{ср}$=81 кПа, E_{max}=626 кПа соответственно. Экспериментальная и расчетная кривые σ-ε паренхимы почки представлены на одном графике (рис. 1).

Параметры гиперупругих моделей паренхимы почки систематизированы в таблице 1.

.

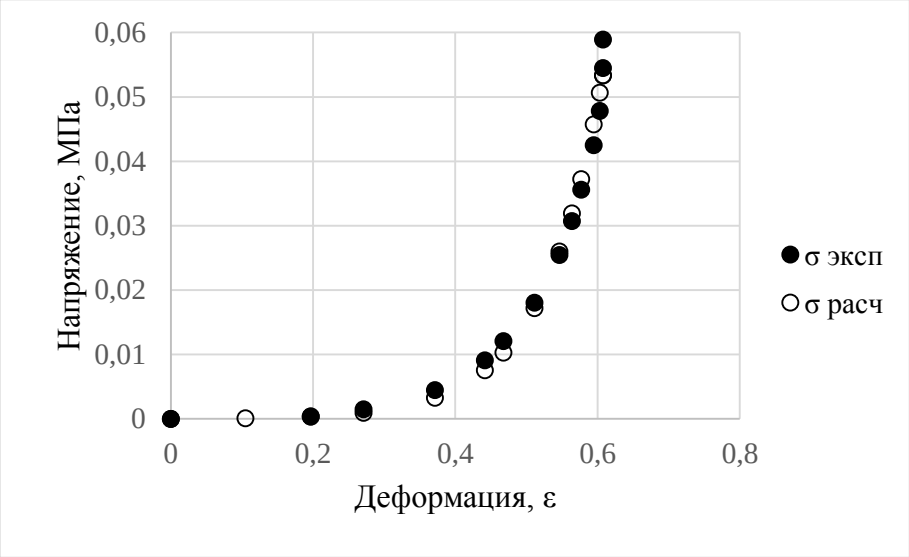


Рис. 1. Кривые σ-ε почечной паренхимы (у лиц в возрасте от 10 до 19 лет)

Таблица 1

Параметры гиперупругих моделей паренхимы почки

Гиперупругая модель	Метод	C_{10}, μ, 2μ	C_{01}, α	C_{20}	C_{02}	C_{11}	СКО/r
Неогуковская	Mathcad	0,014					0,015/0,788
	ANSYS	0,025					
Муни-Ривлина, 2-х параметрическая	Mathcad	0,094	-0,123				0,008/0,923
	ANSYS	0,086	-0,111				
Огдена	Mathcad	$6{,}60\cdot10^{-6}$	18,977				0,002/0,9947
	ANSYS	1,56E-05	18,043				
Полиномиальная	Mathcad	-0,878	0,924	2,295	5,435	-6,756	0,002/0,995
	ANSYS	-0,646	0,680	1,789	4,161	-5,223	
Веронда-Вестманн	Mathcad	0,451	-0,568	0,289			0,005/0,9763

Примечание: СКО – среднее квадратичное отклонение; r – коэффициент корреляции; μ, α, C_{10}, C_{01}, C_{11}, C_{20}, C_{02} – материальные константы гиперупругих моделей; параметры вычислялись двумя методами: в системе Mathcad 13.0 и пакете программ ANSYS 2022 R2

В рамках неогуковской модели модуль Юнга паренхимы почки $E=2(1+\nu)\mu\approx3\mu=42$ кПа, где $\nu\approx0{,}5$ – коэффициент Пуассона, что соответствует диапазону модуля, установленному в Mathcad с помощью экспоненциальной модели (0,5-626 кПа).

Гиперупругие модели должны удовлетворять критерию устойчивости, чтобы воспроизводить реальное поведение материала. Критерий устойчивости может быть записан как:

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial \varepsilon_{ij}} \geq 0, \qquad (9)$$

где σ_{ij} и ε_{ij} – компоненты тензоров напряжений и деформаций соответственно. В литературной форме критерий означает, что деформации должны расти при увеличении приложенного напряжения. Это условие, разработанное Hill, R. (1958) [10] и Drucker, D.C. (1959) [11], предусматривает определенные ограничения на параметры моделей при одноосной нагрузке. Например, для 2-параметрической модели Муни-Ривлина при одноосной деформации оно имеет вид: $C_{10}+C_{01}>0$, $C_{01}>0$ и для паренхимы почки не выполняется, о чем свидетельствует ход кривой $\sigma_{MR}(t)$ на графике (рис. 2). Также на определенных участках гиперупругих кривых теряют устойчивость полиномиальная модель и модель Веронда-Вестманн паренхимы почки. Для неогуковской модели и модели Огдена условие (9) выполняется во всем диапазоне деформаций.

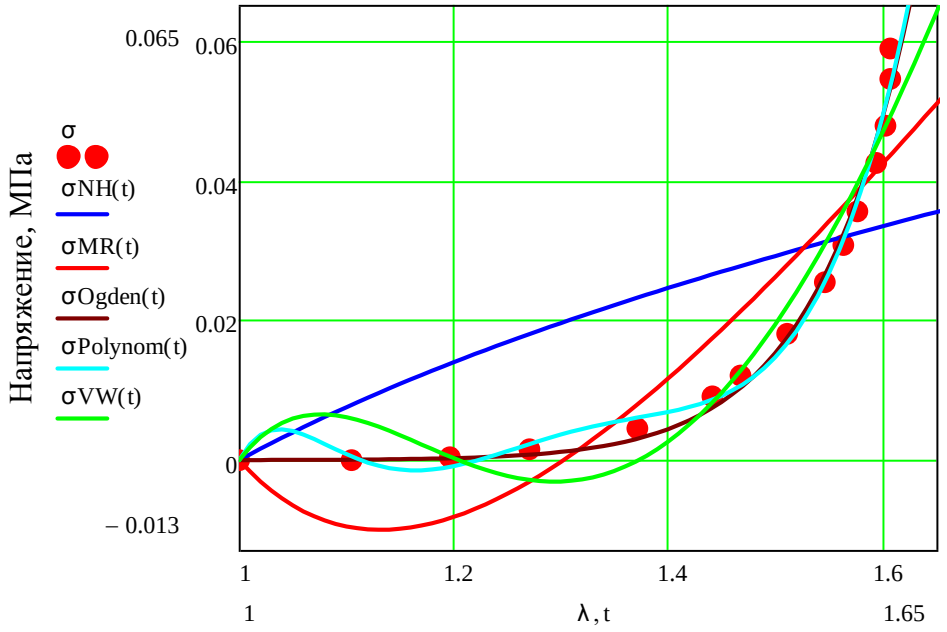


Рис. 2. Гиперупругие модели паренхимы почки

Примечание: NH – неогуковская; MR – Муни-Ривлина; Ogden – Огдена; Polynom – полиномиальная; VW – Веронда-Вестманн

Мочеточник. I. Asami и соавт. (1961) [9] исследовали деформационные свойства мочеточника у 60 пациентов. Кривые напряжения-деформации в продольном и поперечном направлениях для образцов мочеточника у лиц в возрасте от 10 до 29 лет можно видеть на рисунке 3. Расчетные зависимости так же, как и для тканей почки были получены нами в приложении Mathcad 13.0. Установлена выраженная анизотропия А механических свойств мочеточника в продольном (l) и поперечном (t) направлениях: отношение упругих модулей El_{cp}/Et_{cp} равнялось 9,9, что значительно больше единицы и подтверждается ходом кривых на рисунке 3.

Отметим, что численные значения постоянных, рассчитанные в модели Муни-Ривлина и полиномиальной в Mathcad и ANSYS полностью совпали. При этом условие механической устойчивости Hill-Drucker $C_{10}+C_{01}>0$, $C_{01}>0$ в модели Муни-Ривлина мочеточника, также как и для паренхимы почки, не выполняется.

Гиперупругие модели мочеточника представлены на рисунке 4, а их параметры – в таблице 2.

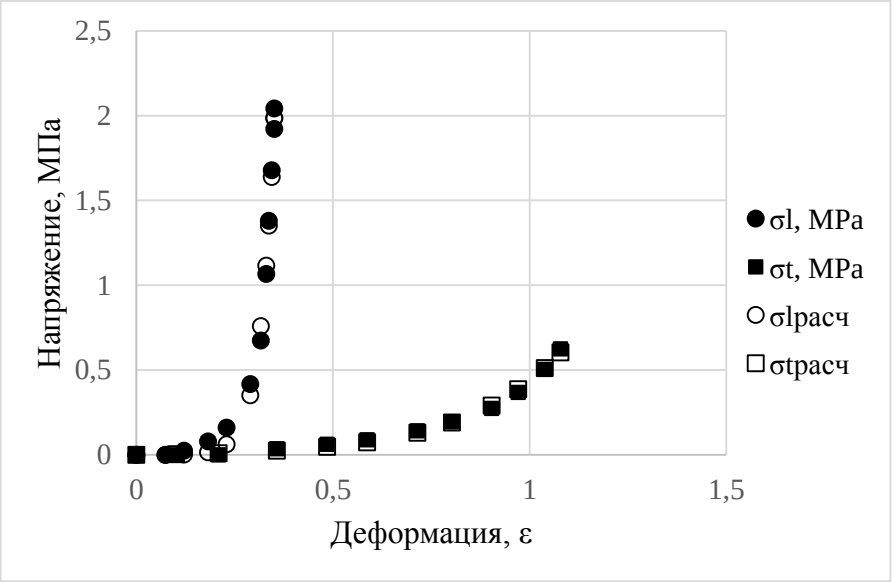


Рис. 3 Кривые σ-ε мочеточника у лиц в возрасте от 10 до 29 лет (экспериментальные и расчетные с помощью функции genfit Mathcad 13.0) в продольном (l) и поперечном (t) направлении

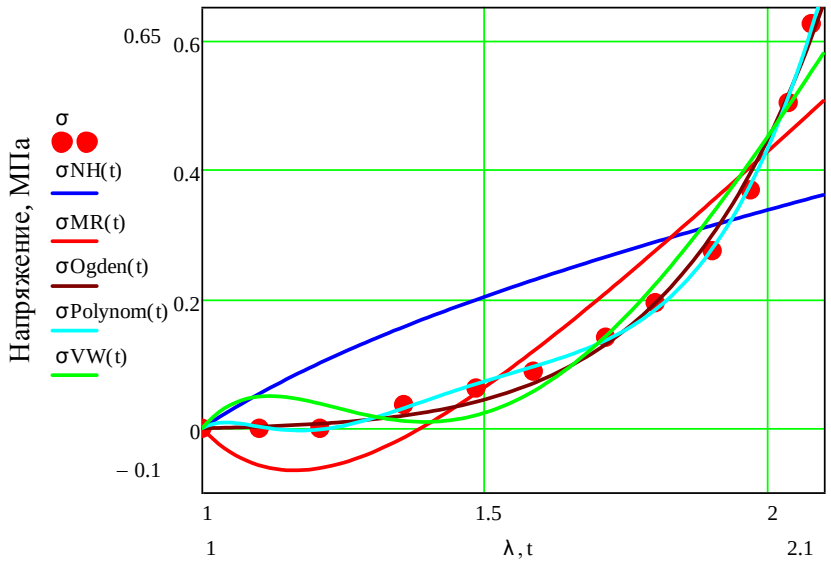


Рис. 4. Гиперупругие модели мочеточника

Примечание: NH – неогуковская; MR – Муни-Ривлина; Ogden – Огдена; Polynom – полиномиальная; VW – Веронда-Вестманн

Таблица 2

Параметры гиперупругих моделей мочеточника

Гиперупругая модель	Метод	C_{10}, μ, 2μ	C_{01}, α	C_{20}	C_{02}	C_{11}	СКО/r
Неогуковская	Mathcad	0,096					0,132/,839
	ANSYS	0,192					
Муни-Ривлина, 2-х параметрическая	Mathcad	0,398	-0,551				0,067/0,949
	ANSYS	0,398	-0,551				
Огдена	Mathcad	1,76 $*10^{-3}$	7,974				0,117/0,997
	ANSYS	0,0017	8,99				
Полиномиальная	Mathcad	-1,384	1,468	1,293	4,322	-4,357	0,007/0,9995
	ANSYS	-1,384	1,468	1,293	4,322	-4,357	
Веронда-Вестманн	Mathcad	2,049	-0,402	0,994			0,041/0,9809

Примечание: СКО – среднее квадратичное отклонение; r – коэффициент корреляции; μ, α, C_{10}, C_{01}, C_{11}, C_{20}, C_{02} – материальные константы гиперупругих моделей; параметры вычислялись двумя методами: в системе Mathcad 13.0 и пакете программ ANSYS 2022 R2

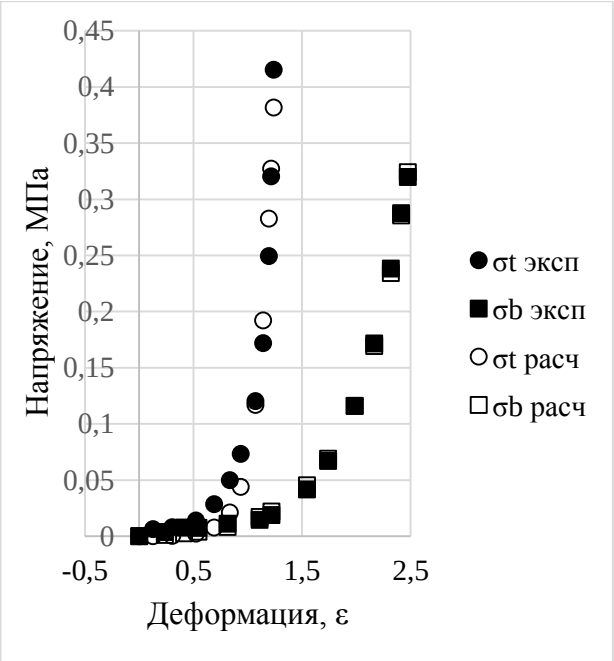


Рис. 5. Опытные и расчетные кривые σ-ε тела (b – body) и треугольника (t – trigone) мочевого пузыря пациентов в возрасте от 10 до 29 лет в продольном (l) и поперечном (t) направлениях

Мочевой пузырь. Полый мышечный орган у людей и других позвоночных, который накапливает мочу из почек перед удалением при мочеиспускании. Деформационные свойства стенки мочевого пузыря были исследованы у 59 пациентов [9]. Изучали механические характеристики тела и треугольника Льето – образования в дне мочевого пузыря. При тех же напряжениях тело мочевого пузыря имеет гораздо большие удлинения, чем треугольник (рис. 5). Явная неоднородность упругих свойств стенок мочевого пузыря выражена безразмерным отношением усредненных модулей

Юнга треугольника Et и тела пузыря Eb: A=Et_{cp}/Eb_{cp}=2,29 (Et_{cp}=316 кПа, Eb_{cp}=137 кПа), что соответствует более развитому мышечному слою треугольника, чем тела мочевого пузыря. Этот слой пузыря, сокращаясь, обусловливает мочеиспускание. Отношение максимальных значений E дает еще большую величину A: Et_{max}/Eb_{max}=3,88 (Et_{max}=2,79 МПа, Eb_{max}=0,72 МПа, A=3,88) [12].

Результаты исследований гиперупругих свойств мочевого пузыря представлены на рисунке 6 и в таблице 3.

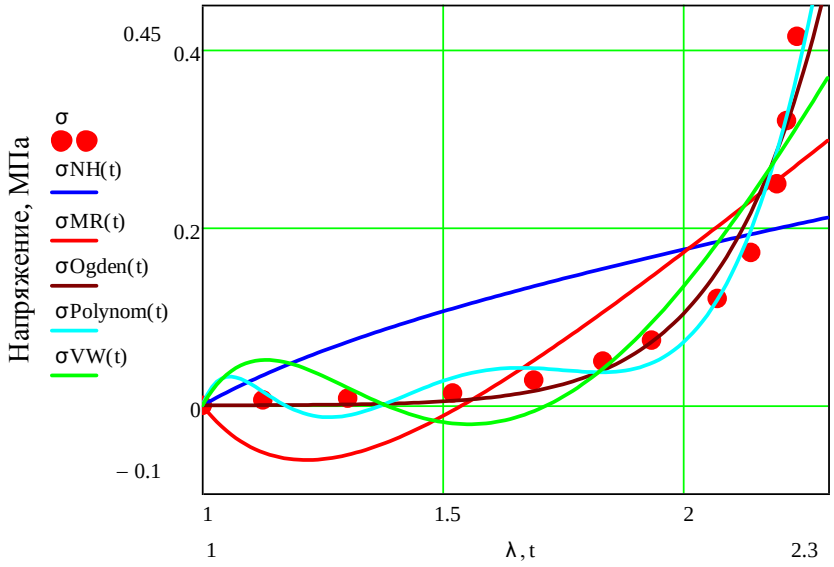


Рис. 6. Гиперупругие модели стенки мочевого пузыря

Примечание: NH – неогуковская; MR – Муни-Ривлина; Ogden – Огдена; Polynom – полиномиальная; VW – Веронда-Вестманн

Таблица 3

Параметры гиперупругих моделей мочевого пузыря (треугольник)

Гиперупругая модель	Метод	C_{10}, μ, 2μ	C_{01}, α	C_{20}	C_{02}	C_{11}	СКО/r
Неогуковская	Mathcad	0,05					0,1/0,747
	ANSYS	0,100					
Муни-Ривлина, 2-х параметрическая	Mathcad	0,214	-0,329				0,068/0,874
	ANSYS	0,214	-0,329				
Огдена	Mathcad	$5{,}07\cdot10^{-5}$	10,988				0,028/0,9792
	ANSYS	1,55E-06	16,417				
Полиномиальная	Mathcad	-2,759	2,987	1,224	5.318	-4,559	0,022/0,9869
	ANSYS	-2,759	2,987	1,224	5,318	-4,559	
Веронда-Вестманн	Mathcad	2,188	-0,287	0,784			0,047/0,9407

Примечание: СКО – среднее квадратичное отклонение; r – коэффициент корреляции; μ, α, C_{10}, C_{01}, C_{11}, C_{20}, C_{02} – материальные константы гиперупуругих моделей; параметры вычислялись двумя методами: в системе Mathcad 13.0 и пакете программ ANSYS 2022 R2

Матка. Матка представляет собой средний отдел репродуктивной системы женщин и самок животных. Деформационные свойства матки нескольких крольчих были изучены T. Ohara (1953) (рис. 7-8, табл. 4) [13]. Характеристики механических свойств ткани матки важны для понимания механических повреждений стенок матки и путей коррекции пролапса тазовых органов женщин.

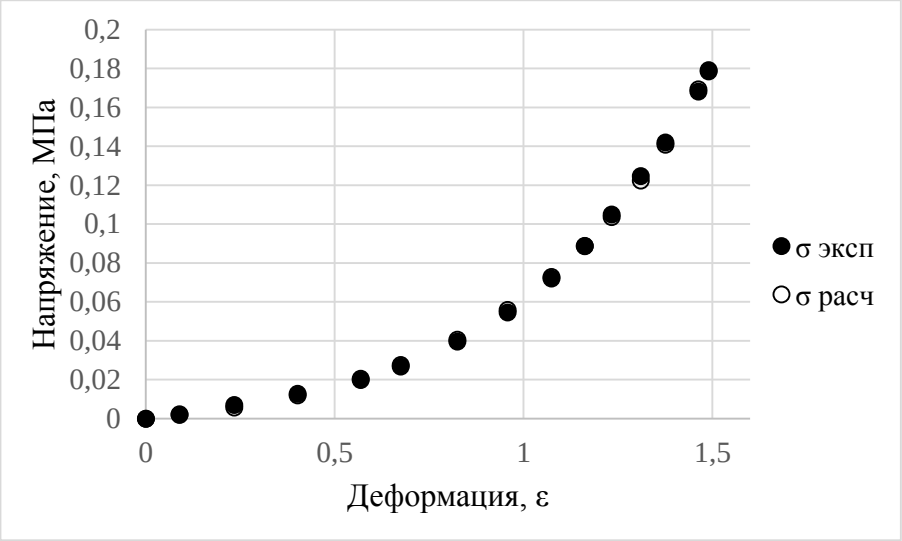


Рис. 7. Кривые σ-ε матки самки кролика. Продольное направление (опытная и расчетная кривые)

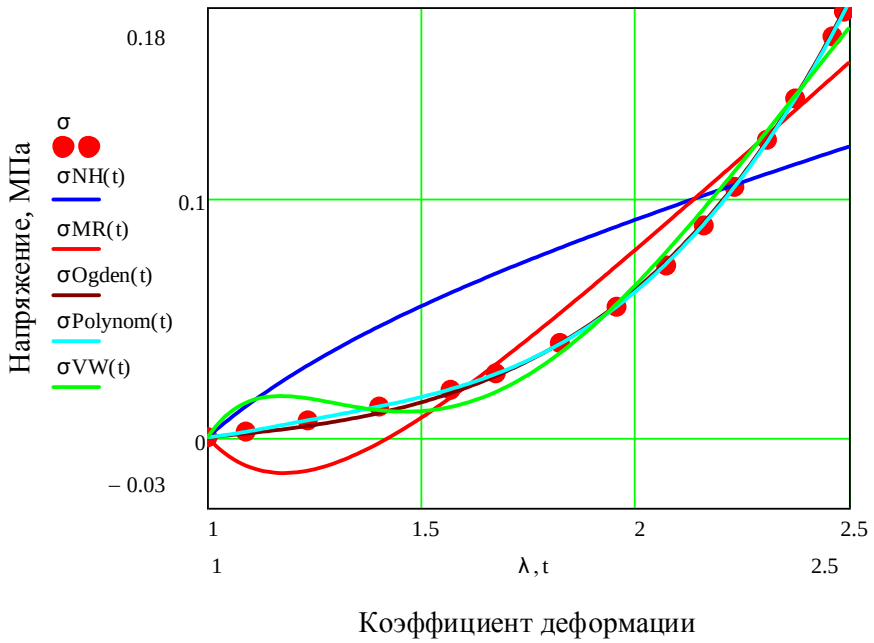


Рис. 8. Гиперупругие модели матки самки кролика

Примечание: NH – неогуковская; MR – Муни-Ривлина; Ogden – Огдена; Polynom – полиномиальная; VW – Веронда-Вестманн

Таблица 4

Параметры гиперупругих моделей матки (самка кролика)

Гиперупругая модель	Метод	C_{10}, μ, 2μ	C_{01}, α	C_{20}	C_{02}	C_{11}	СКО/r
Неогуковская	Mathcad	0,026					0,033/0,892
	ANSYS	0,052					
Муни-Ривлина, 2-х параметрическая	Mathcad	0,078	-0,111				0,014/0,974
	ANSYS	0,078	-0,111				
Огдена	Mathcad	$2{,}17\cdot10^{-3}$	4,841				0,001/0,9999
	ANSYS	*	*				
Полиномиальная	Mathcad	0,032	-0,029	0,012	$-5{,}55\cdot10^{-3}$	-0,018	0,0004/1
	ANSYS	0,032	-0,029	0,012	-0,006	-0,018	
Веронда-Вестманн	Mathcad	0,462	-0,322	0,192			0,006/0,9943

Примечание: СКО – среднее квадратичное отклонение; r – коэффициент корреляции; * – некорректность процедуры Curve fitting; μ, α, C_{10}, C_{01}, C_{11}, C_{20}, C_{02} – материальные константы гиперупругих моделей; параметры вычислялись двумя методами: в системе Mathcad 13.0 и пакете программ ANSYS 2022 R2

Влагалище. Влагалище – это полая эластичная мышечная трубка, который соединяет область наружных половых органов и матку.

T. Ohara (1953) [13] исследовал упругие свойства стенки влагалища нескольких крольчих (рис. 9-10, табл. 5). На рисунке 9 показаны кривые напряжения деформации стенки влагалища крольчих в продольном и поперечном направлениях. Видно, что стенка влагалища жестче в продольном направлении, чем в поперечном. Об этом говорит и значение коэффициента упругой анизотропии, определенного как безразмерное отношение среднего модуля упругости в продольном к среднему модулю упругости в поперечном (радиальном) направлении $El_{cp}/Et_{cp} = 1{,}83$, т.е. почти 2 раза.

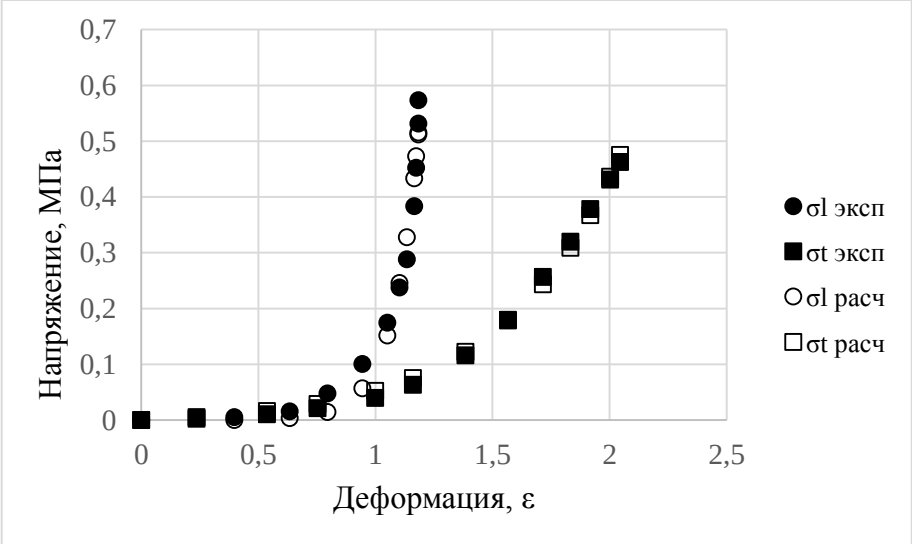


Рис. 9. Экспериментальные и расчетные кривые σ-ε стенки влагалища самки в продольном (l) и поперечном (t) направлениях

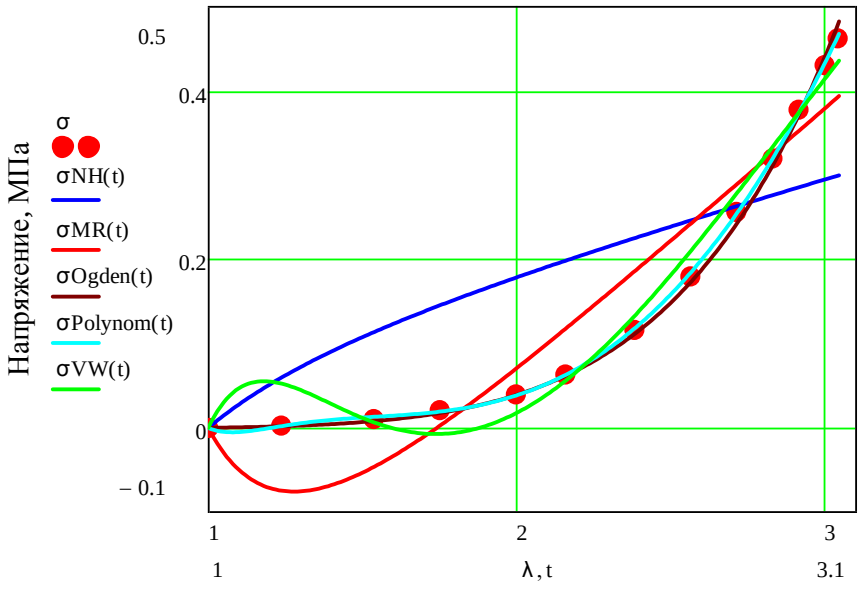


Рис. 10. Гиперупругие модели стенки влагалища (самка кролика)
Примечание: NH – неогуковская; MR – Муни-Ривлина; Ogden – Огдена; Polynom – полиномиальная; VW – Веронда-Вестманн

Таблица 5

Параметры гиперупругих моделей влагалища самки кролика

Гиперупругая модель	Метод	C_{10}, μ, 2μ	C_{01}, α	C_{20}	C_{02}	C_{11}	СКО/r
Неогуковская	Mathcad	0,051					0,107/ 0,854
	ANSYS	0,102					
Муни-Ривлина, 2-х параметрическая	Mathcad	0,156	-0,272				0,051/ 0,956
	ANSYS	0,156	-0,272				
Огдена	Mathcad	$6{,}27\cdot10^{-4}$	5,96				0,008/0,9991
	ANSYS	0,00096	6,56				
Полиномиальная	Mathcad	0,223	-0,25	0,0097	-0,117	0,009	0,002/ 0,9999
	ANSYS	0,222	-0,250	0,0097	-0,116	0,009	
Веронда-Вестманн	Mathcad	1,769	-0,205	0,491			0,024/ 0,990

Примечание: СКО – среднее квадратичное отклонение; r – коэффициент корреляции; μ, α, C_{10}, C_{01}, C_{11}, C_{20}, C_{02} – материальные константы гиперупругих моделей; параметры вычислялись двумя методами: в системе Mathcad 13.0 и пакете программ ANSYS 2022 R2

Заключение:

1. Анализ данных, приведенных в таблицах 1-5, показал, что результаты, полученные с помощью приложений Mathcad 13.0 и ANSYS 2022 R2, совпадают или очень близки.

2. Касательно адекватного выбора той или иной модели для описания гиперупругих свойств органов, как показали рисунки 1-10, результаты могут существенно различаться. Об этом свидетельствуют представленные в таблицах численные значения

среднего квадратичного отклонения СКО и коэффициента корреляции r. Наименьшие значения СКО наблюдались в моделях Огдена, полиномиальных моделях и моделях Веронда-Вестманн, соответственно для этих моделей зафиксирована наибольшая степень корреляции между опытными и расчетными данными (например, СКО=0,0004 в полиномиальной модели, r=1 и СКО=0,0001, r=0,9999 в модели Огдена стенки матки). Наибольшие значения СКО и наименьшие значения r были обнаружены у простейших гиперупругих моделей: неогуковской и Муни-Ривлина (например, СКО=0,015, r=0,788 у неогуковской модели паренхимы почки, а также СКО=0,068, r=0,874 в модели Муни-Ривлина мочевого пузыря). Численные значения постоянных, рассчитанные в моделях Муни-Ривлина и полиномиальной в Mathcad 13.0 и ANSYS 2022 R2 для мочеточника человека, матки и влагалища самки кролика, полностью совпали.

3. Для всех типов исследованных тканей мочевыводящей и репродуктивной систем условие механической устойчивости (стабильности) Hill-Drucker $C_{10}+C_{01}>0$, $C_{01}>0$ в моделях Муни-Ривлина материалов не выполняется. На отдельных участках деформирования теряет устойчивость модель Веронда-Вестманн, а также полиномиальная модель (последняя – кроме тканей стенки матки самки кролика). Неогуковская модель и модель Огдена стабильны во всем диапазоне деформаций.

4. Параметры гиперупругой модели Огдена 1-го порядка стенки матки животных в приложении ANSYS получены не были, очевидно, вследствие несовершенства процедур итерации в работе программы при расчете данной модели.

5. Результаты работы могут быть использованы для интерпретации связи параметров моделей с физическими свойствами материала и выбора модели, подходящей для конкретных практических целей.

В заключении отметим, что определенные в данном исследовании коэффициенты гиперупругих моделей могут быть использованы при численном моделировании напряженно-деформированного состояния (НДС) тканей органов урогенитальной зоны, а характеристики деформационных свойств тканей – при реконструктивных вмешательствах и разработке эндопротезов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Roccabianca, S. Understanding the mechanics of the bladder through experiments and theoretical models: where we started and where we are heading / S. Roccabianca, T. R. Bush // Technology. – Vol. 4. – № 1. – pp. 30-41.
2. Пушкарь, Д. Ю. Пролапс гениталий / Д. Ю. Пушкарь, П. И. Раснер, М. Ю. Гвоздев // Русский медицинский журнал. – 2013. – № 34. – С. 11.
3. Шмурак, М. И. Анализ гиперупругих моделей для описания поведения мягких тканей организма человека / М. И. Шмурак, А. Г. Кучумов, Н. О. Воронова // Master`s Journal. – 2017. – № 1. – С. 230-243.
4. A review on material models for isotropic hyperelasticity / S. K. Melly, L. Liu, Y. Liu, J. Leng // Int J Mech Syst Dyn. – 2021. – № 1. – pp. 71-88.
5. Ogden, R. W. Large deformation isotropic elasticity – on the correlation of theory and experiment for incompressible rubberlike solids / R. W. Ogden // Proc. R. Soc. Lond. A. – 1972. – Vol. 326. – № 1567. – pp. 565-584.
6. Rackl, M. Curve Fitting for Ogden, Yeoh and Polynomial Models / M. Rackl // ScilabTEC 2015, 7th International Scilab Users Conference. Paris, France, 21st and 22nd May 2015. – 18 p.
7. Calvo-Gallego, J. L. polynomial hyperelastic model for the mixture of fat and glandular tissue in female breast / J. L. Calvo-Gallego, J. Martínez-Reina, J. Domínguez // Int. J. Numer. Meth. Biomed. Engng. – 2015. – № 31(9). – Art. № e02723. DOI: 10.1002/cnm.2723.
8. Chanda, A. Biomechanical Modeling of Human Skin Tissue Surrogates / A. Chanda // Biomimetics. – 2018. – Vol. 3. – Art. № 18. DOI: 10.3390/biomimeticcs3030018.
9. Asami, I. Study on the strength of human urinary organs / I. Asami // J. Kyoto Pref. Med. Univ. – 1961. – Vol. 70. – pp. 767-788.
10. Hill, R. General theory of uniqueness and stability in elastic-plastic solids / R. Hill // Journal of the

Mechanics and Physics of Solids. – 1958. – № 6 (3). – pp. 236-249, DOI: 10.1016/0022-5096(58)90029-2.
11.Drucker, D. C. A definition of a stable inelastic material / D. C. Drucker // Journal of Applied Mechanics. – 1959. – № 26 (1). – pp. 101-195. DOI: 10.1115/1.4011929.
12.Муслов, С. А. Упругость и гиперупругость урогенитальных тканей человека и животных / С. А. Муслов, Е. А. Лапшихина, Д. С. Кобзев // Эффективная фармакотерапия. Урология и нефрология. – 2021. – Т. 17. – № 25. – С. 6-24.
13.Ohara, T. On the comparison of strengths of the various organs-tissues / T. Ohara // J. Kyoto Prev. Med. Univ. – 1953. – Vol. 53. – pp. 577-597.

REFERENCES

1. Roccabianca S., Bush T.R. Understanding the mechanics of the bladder through experimentsand theoretical models: where we started and where we are heading. *Technology*, vol. 4, no. 1, pp. 30-41.
2. Pushkar' D.Yu., Rasner P.I., Gvozdev M.Yu. Genital prolapse. *Russian Medical Journal,* 2013, no. 34, p. 11 (in Russ.)
3. Shmurak M.I., Kuchumov A.G., Voronova N.O. Hyperelastic models analysis for description of soft human tissues behavior. *Master`s Journal,* 2017, no. 1, pp. 230-243. (in Russ.)
4. Melly S.K., Liu L., Liu Y., Leng J. A review on material models forisotropic hyperelasticity. *Int J Mech Syst Dyn.* 2021, no. 1, pp. 71–88.
5. Ogden R.W. Large deformation isotropic elasticity – on the correlation of theory and experiment for incompressible rubberlike solids. *Proc. R. Soc. Lond. A*, 1972, vol. 326, no. 1567, pp. 565-584.
6. Rackl M. Curve Fitting for Ogden, Yeoh and Polynomial Models. ScilabTEC 2015, 7th International Scilab Users Conference. Paris, France. May 21st and 22nd, 2015. 18 p.
7. Calvo-Gallego J.L., Martínez-Reina J., Domínguez J. A polynomial hyperelastic model for the mixture of fat and glandular tissue in female breast. *Int. J. Numer. Meth. Biomed. Engng,* 2015, no. 31(9), art. no. e02723. DOI: 10.1002/cnm.2723.
8. Chanda A. Biomechanical Modeling of Human Skin Tissue Surrogates. *Biomimetic*, 2018, vol. 3(3), art. no. 18. DOI: 10.3390/biomimetics3030018.
9. Asami I. Study on the strength of human urinary organs. *J. Kyoto Pref. Med. Univ*, 1961, vol.70, pp. 767-788.
10.Hill R. General theory of uniqueness and stability in elastic-plastic solids. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids,* 1958, vol. 6 (3), pp. 236-249. DOI: 10.1016/0022-5096(58)90029-2.
11.Drucker D.C. A definition of a stable inelastic material. Journal of Applied Mechanics, 1959, no. 26 (1), pp. 101-195. DOI: 10.1115/1.4011929.
12.Muslov S.A., Prof., Lapshikhina E.A., Kobzev D.S. Elasticity and Hyperelasticity of Urogenital Tissues of Human and Animals. *Effective Pharmacotherapy. Urology and Nephrology*, 2021, vol. 17, no 25, pp. 6-24. (in Russ.)
13.Ohara T. On the comparison of strengths of the various organs-tissues. *J. Kyoto Prev. Med. Univ*, 1953, vol. 53, pp. 577-597.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ:

Сергей Александрович Муслов – кандидат физико-математических наук, доктор биологических наук, профессор кафедры нормальной физиологии и медицинской физики МГМСУ им. А.И. Евдокимова, Москва, elibrary AuthorID: 185513, ORCID ID 0000-0002-9752-6804, e-mail: muslov@mail.ru.

Александр Анатольевич Солодов – доктор медицинских наук, профессор, врач анестезиолог-реаниматолог, главный врач Клинического медицинского центра «Кусково» МГМСУ им. А.И. Евдокимова, заведующий кафедрой анестезиологии, реаниматологии и интенсивной терапии лечебного факультета МГМСУ им. А.И. Евдокимова, Москва, e-mail: Docsol@mail.ru.

Карен Григорьевич Караков – заслуженный врач РФ, доктор медицинских наук, профессор, заведующий кафедрой терапевтической стоматологии, Ставропольский государственный медицинский университет, Ставрополь, e-mail: terstomsgma@yandex.ru.

Игорь Анатольевич Рева – член Европейской ассоциации урологов (EAU), Американской урологической ассоциации (AUA), Российского общества онкоурологов (РООУ), Российского общества урологов (РОУ), кандидат медицинских наук, исполняющий обязанности заведующего отделением урологии Клинического медицинского центра «Кусково» МГМСУ им. А.И. Евдокимова, Москва, e-mail: rewa-igor@rambler.ru.

Сергей Дарчоевич Арутюнов – Заслуженный врач РФ, Заслуженный деятель науки РФ, доктор медицинских наук, профессор, заведующий кафедрой цифровой стоматологии МГМСУ им. А.И. Евдокимова, Москва, e-mail: sd_arutjunov@mail.ru.

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS:
Sergej Aleksandrovich Muslov – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Doctor of Biological Sciences, Professor of the Department of Normal Physiology and Medical Physics, Moscow State University of Medicine and Dentistry, Moscow, elibrary AuthorID: 185513, ORCID ID: 0000-0002-9752-6804, e-mail: muslov@mail.ru.
Aleksandr Anatol'evich Solodov – Doctor of Medical Sciences, Professor, Intensivist, Chief Physician of the "Kuskovo" Medical Center, Head of the Department of Anesthesiology, Resuscitation and Intensive Care of the Medical Faculty, Moscow State University of Medicine and Dentistry, Moscow, e-mail: Docsol@mail.ru.
Karen Grigor'evich Karakov – Honored Doctor of Russia, Doctor of Medical Sciences, Professor, Head of the Department of Therapeutic Dentistry, Stavropol State Medical University, Stavropol, e-mail: terstomsgma@yandex.ru.
Igor' Anatol'evich Reva – Member of the European Urologist Association, American Urologist Association, Russian Association of Oncological Urology, Russian Society of Urology, Candidate of Medical Sciences, acting as a Head of the Urology Department in the "Kuskovo" Medical Center, Moscow State University of Medicine and Dentistry, Moscow, e-mail: rewa-igor@rambler.ru.
Sergej Darchoevich Arutyunov – Honored Doctor of Russia, Honored Scientist of Russia, Doctor of Medical Sciences, Professor, Head of the Department of Digital Dentistry, Moscow State University of Medicine and Dentistry, Moscow, e-mail: sd_arutjunov@mail.ru.

Для цитирования: Параметры гиперупругих моделей биологических тканей урогенитальных органов человека и животных / Муслов С. А., Солодов А. А., Караков К. Г. [и др.] / Современные вопросы биомедицины. – 2023. – Т. 7. – № 2. DOI: 10.24412/2588-0500-2023_07_02_38

For citation: Muslov S.A., Solodov A.A., Karakov K.G., Reva I.A., Arutyunov S.D. Parameters of hyperelastic models of biological tissues in urogenital organs of human and animals. *Modern Issues of Biomedicine*, 2023, vol. 7, no. 2. DOI: 10.24412/2588-0500-2023_07_02_38